P 18

Polarisation des ondes électromagnétiques

18.1 Compétences du chapitre

Notions et contenus	Capacités exigibles
Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.	• Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique. • Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Exemples d'états de polarisation d'une onde plane progressive et monochromatique : polarisation rectiligne. Polariseurs.	• Reconnaître l'expression d'une onde plane polarisée rectilignement. • *Mettre en évidence une polarisation rectiligne.*

18.2 Onde plane progressive monochromatique : rappels

Les champs électrique et magnétique sont transversaux : ils sont tous les deux perpendiculaires à la direction de propagation.
Soit $\overrightarrow{n}$ vecteur unitaire dirigé dans la direction de propagation suivant le sens de cette propagation.
Le vecteur d'onde est défini par $\overrightarrow{k} = k\,\overrightarrow{n}$. On a :

$$\overrightarrow{B} = \frac{\overrightarrow{n} \wedge \overrightarrow{E}}{c}$$

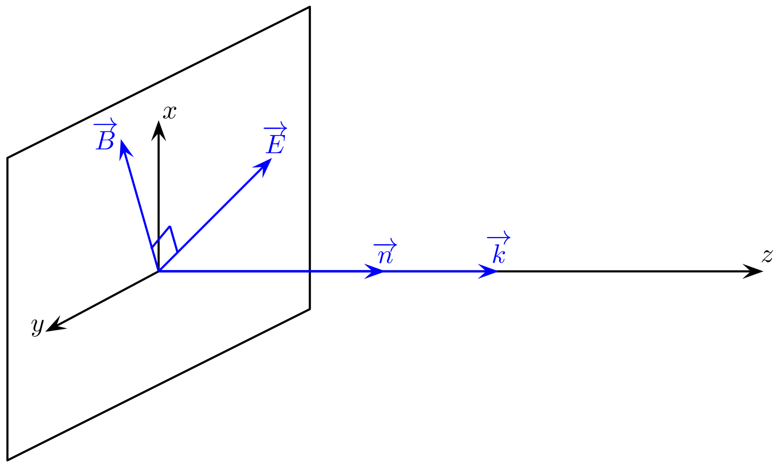
Les champs électrique et magnétique sont également orthogonaux entre eux et le trièdre formé par $(\overrightarrow{n}, \overrightarrow{E}, \overrightarrow{B})$ est direct.

Considérons par exemple une onde électromagnétique plane progressive monochromatique se propageant suivant l'axe Oz croissant.

Le champ électrique s'écrit alors dans le cas le plus général :

$$\begin{cases} E_x &= E_{0x}\,\cos\left(\omega\,t - k\,z + \varphi_x\right) \\ E_y &= E_{0y}\,\cos\left(\omega\,t - k\,z + \varphi_y\right) \\ E_z &= 0 \end{cases}$$

où φ_x et φ_y représentent respectivement les fonctions de phase des composantes de $\overrightarrow{E}$ suivant x et y.



18.3 Les différents états de polarisation

18.3.1 Polarisation elliptique

Pour décrire le champ électrique $\overrightarrow{E}$, il est commode de se placer dans un plan à z fixé. Nous prendrons par exemple $z = 0$ pour la suite. On décrit alors l'évolution du vecteur $\overrightarrow{E}$ dans ce plan : cela correspond à une projection du champ $\overrightarrow{E}$ sur le plan $z = 0$.

Ainsi, pour $z = 0$:

$$\begin{cases} E_x &= E_{0x}\,\cos\left(\omega\,t + \varphi_x\right) \\ E_y &= E_{0y}\,\cos\left(\omega\,t + \varphi_y\right) \\ E_z &= 0 \end{cases}$$

On s'aperçoit que E_x est compris entre $-E_{0x}$ et $+E_{0x}$.
De même, E_y est compris entre $-E_{0y}$ et $+E_{0y}$.
L'extrémité du vecteur $\overrightarrow{E}$ décrit ainsi une courbe comprise dans un rectangle de côtés $2\,E_{0x}$ et $2\,E_{0y}$.
Dans le cas général, cette courbe est une ellipse (cf. ci-contre).

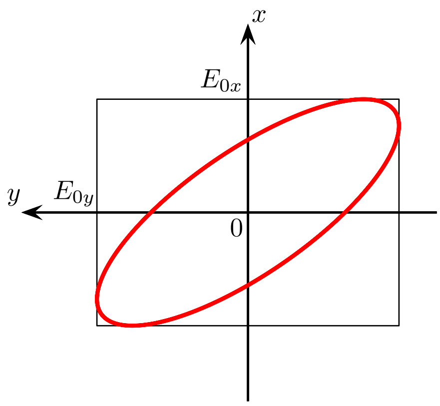


FIGURE 18.1 – Polarisation elliptique

18.3.2 Polarisation circulaire

Dans le cas très particulier où $E_{0x} = E_{0y} = E_0$, le champ est compris dans un carré de côté $2\,E_0$ et si de plus, $\varphi_x = \varphi_y \pm \dfrac{\pi}{2}$, les maxima de E sont sur les axes x et y.
On parle alors de polarisation circulaire :

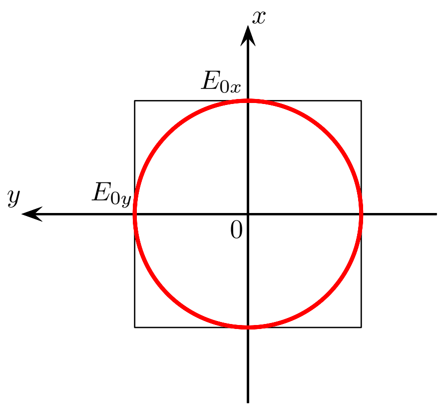


FIGURE 18.2 – Polarisation circulaire

18.3.3 Polarisation rectiligne

18.3.3.1 Description à z fixé

Fixons toujours $z = 0$.

- Dans le cas où les deux fonctions de phase φ_x et φ_y sont égales (prises par exemple à φ), on a :

$$\begin{cases} E_x &= E_{0x}\,\cos\,(\omega\,t + \varphi) \\ E_y &= E_{0y}\,\cos\,(\omega\,t + \varphi) \\ E_z &= 0 \end{cases}$$

Ainsi, quelque soit l'instant t, on a :

$$\frac{E_x}{E_y} = \frac{E_{0x}}{E_{0y}} = C^{te} = a$$

ou encore :

$$E_x = a\,E_y$$

En projection sur le plan $z = 0$, la courbe décrite par l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{E}$ est un segment, de pente positive compris toujours dans le rectangle de côtés $2\,E_{0x}$ et $2\,E_{0y}$.

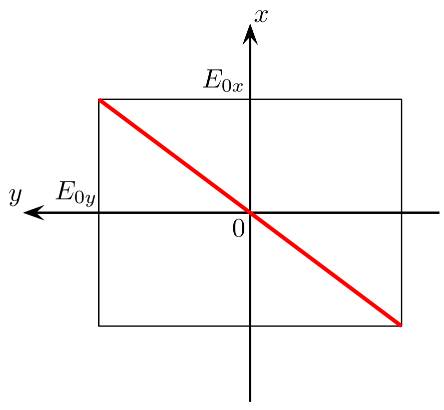


FIGURE 18.3 – Polarisation rectiligne avec $\varphi = 0$

- Dans le cas où les deux fonctions de phase φ_x et φ_y sont déphasées de $\pm\pi$, on a par exemple :

$$\begin{cases} E_x & = E_{0x}\,\cos\,(\omega\,t + \varphi) \\ E_y & = E_{0y}\,\cos\,(\omega\,t + \varphi + \pi) \quad = -E_{0y}\cos\,(\omega\,t + \varphi) \\ E_z & = 0 \end{cases}$$

Ainsi, quelque soit l'instant t, on a :

$$\frac{E_x}{E_y} = -\frac{E_{0x}}{E_{0y}} = C^{te} = -a$$

ou encore :

$$E_x = -a\,E_y$$

En projection sur le plan $z = 0$, la courbe décrite par l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{E}$ est un segment, de pente négative cette fois, compris toujours dans le rectangle de côtés $2\,E_{0x}$ et $2\,E_{0y}$.

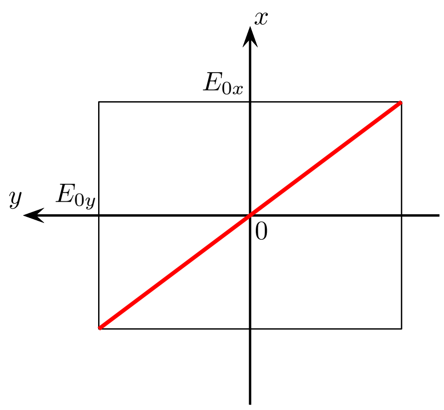


FIGURE 18.4 – Polarisation rectiligne avec $\varphi = 0$

18.3.3.2 Description à un instant t fixé

On peut également étudier le champ électromagnétique à un instant t fixé.

Ainsi, pour une polarisation rectiligne, le champ électromagnétique peut être visualisé de la façon suivante :

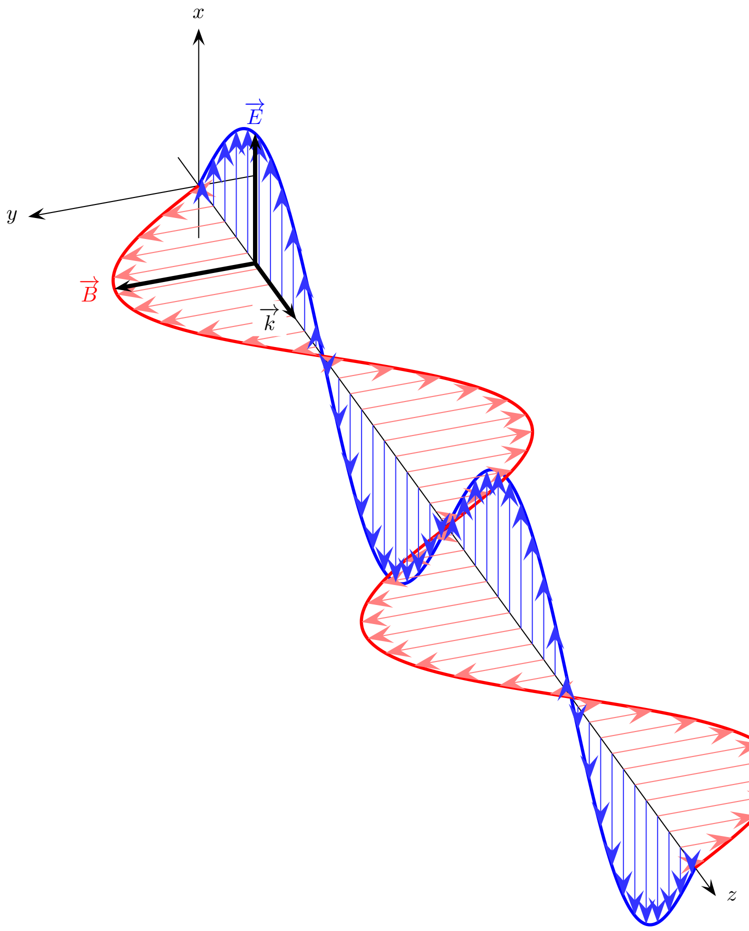


FIGURE 18.5 – Polarisation rectiligne

18.4 Aspect énergétique

Pour une onde plane progressive, la densité volumique d'énergie électromagnétique u_{em} (ou w_{em}) vaut :

$$w_{em} = w_e + w_m = \frac{\varepsilon_0 \, E^2}{2} + \frac{B^2}{2 \, \mu_0}$$

Comme $\vec{B} = \dfrac{\vec{n} \wedge \vec{E}}{c}$, cela implique :

$$B = \frac{E}{c} = \sqrt{\varepsilon_0 \, \mu_0} \, E$$

Ainsi, on obtient :

$$w_{em} = \frac{\varepsilon_0 \, E^2}{2} + \frac{\varepsilon_0 \, E^2}{2} = \varepsilon_0 \, E^2$$

Les deux termes (densités d'énergies électrique et magnétique) sont égaux.

Le vecteur de Poynting est défini par :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

Avec le double produit vectoriel :

$$\vec{a} \wedge \left(\vec{b} \wedge \vec{c} \right) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \, \vec{b} - \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) \vec{c}$$

On obtient :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{\Pi} &= \frac{1}{\mu_0\, c}\left[\overrightarrow{E} \wedge \left(\overrightarrow{n} \wedge \overrightarrow{E}\right)\right] \\
&= \frac{1}{\mu_0\, c}\left[E^2\,\overrightarrow{n} - \left(\overrightarrow{E}\cdot\overrightarrow{n}\right)\ \overrightarrow{E}\right] \\
&= \frac{E^2}{\mu_0\, c}\,\overrightarrow{n} \\
&= \varepsilon_0\, c\, E^2\,\overrightarrow{n} \\
&= \frac{c\, B^2}{\mu_0}\,\overrightarrow{n}
\end{aligned}$$

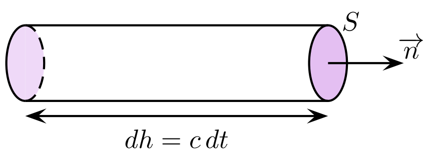
Le vecteur de Poynting est dirigé dans la direction et suivant le sens de la propagation de l'onde plane.

— Rappel —

Pour déterminer l'expression du vecteur de Poynting, il faut que les vecteurs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ soient en notation réelle.

Calculons le flux du vecteur de Poynting à travers une surface d'aire $\mathcal{S}$ perpendiculaire à $\overrightarrow{n}$:

$$\mathcal{P} = \iint_{(\mathcal{S})} \overrightarrow{\Pi}\cdot\overrightarrow{n}\, d^2S = \|\overrightarrow{\Pi}\|\,\mathcal{S} = \frac{E^2}{\mu_0\, c}\mathcal{S} = \varepsilon_0\, c\, E^2\,\mathcal{S}$$



Ce flux étant égal à l'énergie δW_{em} traversant S pendant la durée dt, on peut écrire :

$$\delta W_{em} = \mathcal{P}\, dt = \varepsilon_0\, c\, E^2\,\mathcal{S}\, dt = w_{em}\, S\, c\, dt$$

Le terme $S\, c\, dt$ correspond au volume élémentaire constitué par un cylindre de base S et de hauteur $dh = c\, dt$.
δW_{em} représente donc l'énergie contenue dans ce cylindre.
Ceci montre que l'énergie s'est propagée à la vitesse :

$$v_E = \frac{dh}{dt} = c$$

— Remarque —

Dans la pratique, étant données les fréquences des ondes électromagnétiques, on ne peut que mesurer des puissances moyennes dans le temps.

Quelques valeurs moyennes :

- la valeur moyenne d'un terme en $\sin$ ou en $\cos$ est nulle,
- la valeur moyenne d'un terme en $\sin^2$ ou en $\cos^2$ est égale à $\frac{1}{2}$ (facilement démontrable par linéarisation)
- la valeur moyenne du produit $\sin\,\cdot\,\cos$ est nulle.
- ⚠ la valeur moyenne d'une somme est égale à la somme des valeurs moyennes mais la valeur moyenne d'un produit n'est pas égale au produit des valeurs moyennes !

18.5 Polarisation de la lumière

18.5.1 La lumière naturelle

En règle générale, la lumière naturelle, par exemple celle émise par notre chère étoile nommée "Soleil", n'est pas polarisée.
Même à la sortie d'un filtre coloré permettant d'isoler une certaine gamme de fréquences (ou de longueurs d'onde), cette lumière n'a aucune raison d'être polarisée.

18.5.2 Polariseur

— Polariseur —

Un polariseur est un système optique (considéré comme plan) qui possède une direction privilégiée : celle-ci s'appelle l'axe de transmission ou de polarisation.
Un tel polariseur laisse passer la lumière polarisée parallèlement à cet axe et arrête la lumière polarisée perpendiculairement.

Ainsi, la lumière qui sort d'un polariseur est polarisée rectilignement, parallèlement à la direction de l'axe de transmission du polariseur, ceci quelle que soit la nature de la lumière incidente :

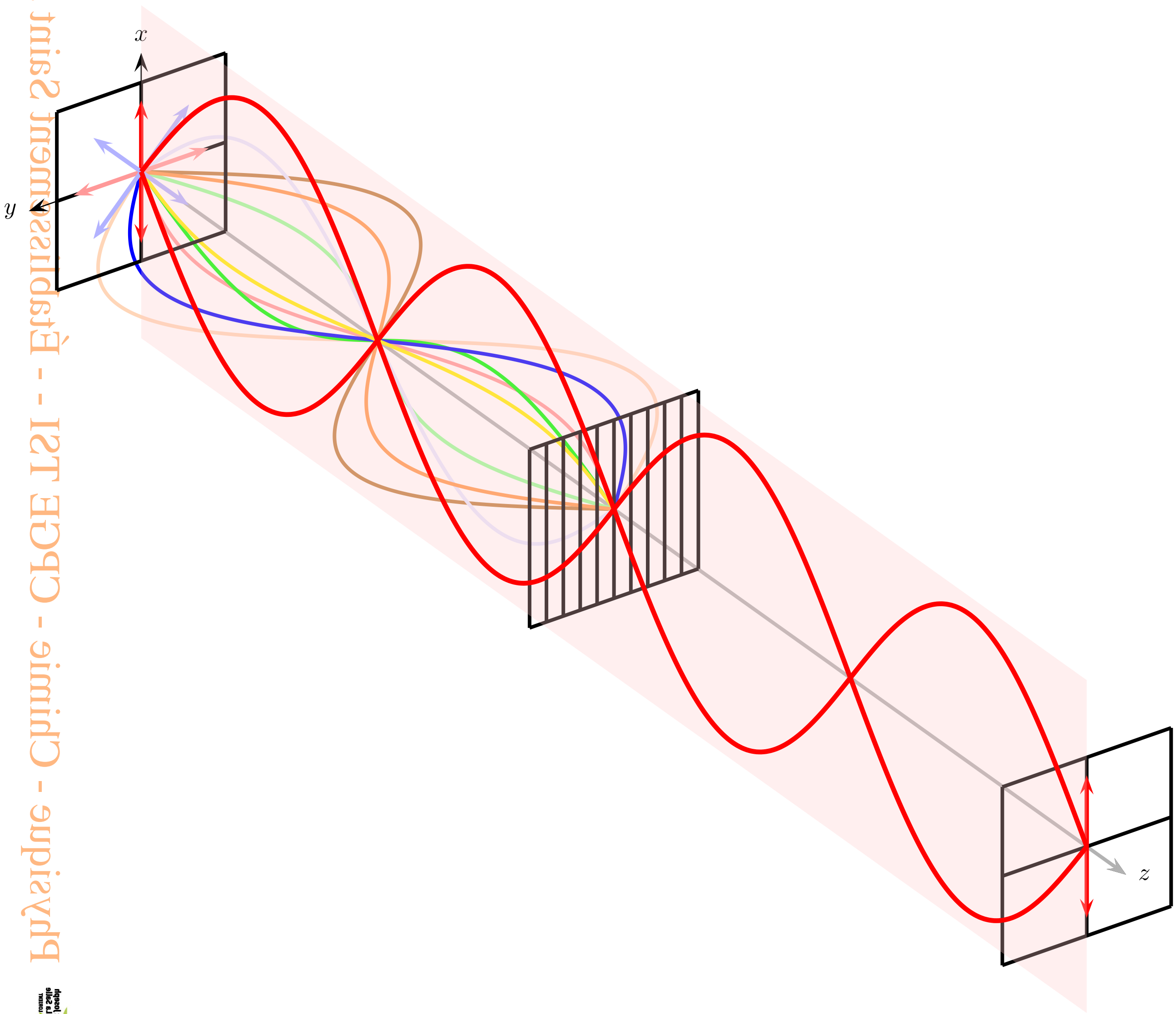


FIGURE 18.6 – Polarisation de la lumière naturelle

On peut effectuer une analogie avec les cordes vibrantes :
Imaginons une corde tendue horizontalement. Si on en agite une extrémité de haut en bas dans un plan vertical, la corde se déforme et l'ébranlement se propage tout en restant dans le plan vertical. On fabrique ainsi une onde polarisée rectilignement (ou linéairement). Ce plan vertical s'appelle le plan de vibration.

Les polariseurs les plus courants sont formés de lames dites "Polaroïd", (inventés par Land en 1938) ne laissant passer, de la vibration lumineuse que la composante parallèle à une certaine direction privilégiée de la lame, dite direction de polarisation (perpendiculaire à l'aiguille indicatrice). Cette polarisation rectiligne est produite par dichroïsme : une substance dichroïque absorbe de manière très inégale les vibrations lumineuses selon leur direction.

— Remarque —

Le phénomène de dichroïsme dépend un peu de la longueur d'onde.

— Propriété —

Si la lumière est polarisée rectilignement selon la direction perpendiculaire à l'axe de transmission, aucune lumière ne sort du polariseur : on parle d'extinction.

Cette propriété sert lorsqu'on souhaite mettre en évidence la polarisation rectiligne d'un signal lumineux.

18.5.3 Effet d'un polariseur

Le polariseur projette le champ électrique suivant son axe $\overrightarrow{e_x}'$, et éteint la composante perpendiculaire (suivant $\overrightarrow{e_y}'$).

Si le champ électrique précédent le polariseur a pour composantes suivant $\overrightarrow{e_x}$ et $\overrightarrow{e_y}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x(t) \\ E_y(t) \end{array} \right.$$

Si l'axe $\overrightarrow{e_x}'$ du polariseur fait un angle θ avec le vecteur $\overrightarrow{e_x}$, le champ électrique de l'onde après passage à travers le polariseur a pour composantes suivant $\overrightarrow{e_x}'$ et $\overrightarrow{e_y}'$:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} E_{x'}(t) & = & E_x(t)\cos\theta + E_y(t)\sin\theta \\ E_{y'}(t) & = & 0 \end{array} \right.$$

— Loi de Malus —

Après un analyseur qui fait un angle θ avec une polarisation rectiligne, l'intensité est multipliée par $\cos^2\theta$:

$$I_P = I_0 \cos^2\theta$$

⇒ **Activité 18. 1**

Déterminer l'orientation relative de deux polariseurs pour qu'une lumière naturelle soit transmise avec une intensité réduite de moitié entre l'entrée du deuxième polariseur et sa sortie.